

## ΣΥΝΕΠΑΓΩΓΕΣ ΚΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΕΣ

Να χαρακτηρίσετε καθέναν από τους παρακάτω ισχυρισμούς με την ένδειξη (Α), αν αυτός είναι αληθής για όλους τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$ , και με την ένδειξη (Ψ) σε διαφορετική περίπτωση.

1.  $\alpha < 4 \Rightarrow \alpha^2 < 16$
2.  $\alpha^2 < 16 \Rightarrow \alpha < 4$
3.  $\alpha < 4 \Leftrightarrow \alpha^2 < 16$
4.  $-5 < \alpha < 5 \Rightarrow \alpha < 5$
5.  $\alpha < 5 \Rightarrow -5 < \alpha < 5$
6.  $\alpha < 5 \Leftrightarrow -5 < \alpha < 5$
7.  $\alpha \neq 6 \Rightarrow \alpha^2 \neq 36$
8.  $\alpha^2 = 36 \Rightarrow \alpha = 6$
9.  $\alpha = 6 \Rightarrow \alpha^2 = 36$
10.  $\alpha = 6 \Leftrightarrow \alpha^2 = 36$
11.  $\alpha > 7 \Rightarrow \alpha^2 > 49$
12.  $\alpha^2 > 49 \Rightarrow \alpha > 7$
13.  $\alpha < 8 \Rightarrow \alpha \leq 8$
14.  $-9\alpha > 0 \Leftrightarrow \alpha < 0$

## Θεωρητικές επισημάνσεις

1. Μία οποιαδήποτε από τις παραπάνω συνεπαγωγές ( $p \Rightarrow q$ ) χαρακτηρίζεται **ψευδής** μόνον όταν υπάρχει (μία τουλάχιστον) τιμή του  $\alpha$  η οποία καθιστά **αληθή** την υπόθεση ( $p$ ) και **ψευδές** το συμπέρασμά της ( $q$ ).

Γενικότερα στο πλαίσιο της Μαθηματικής Λογικής η πρόταση  $p \Rightarrow q$  είναι **ψευδής**, μόνο αν η  $p$  είναι **αληθής** και η  $q$  είναι **ψευδής**. Σε κάθε άλλη περίπτωση είναι **αληθής**.

Μερικοί τρόποι εκφράσεως της συνεπαγωγής  $p \Rightarrow q$ , είναι οι εξής:

p	q	$p \Rightarrow q$
α	α	α
α	ψ	ψ
ψ	α	α
ψ	ψ	α

«αν  $p$ , τότε  $q$ »

« $p$  συνεπάγεται  $q$ »

« $p$  πρέπει  $q$ »

« $q$  αρκεί  $p$ »

« $p$  είναι ικανή συνθήκη για την  $q$ »

« $q$  είναι αναγκαία συνθήκη (συνεπεία) της  $p$ »

2. Μία οποιαδήποτε από τις παραπάνω ισοδυναμίες ( $p \Leftrightarrow q$ ) χαρακτηρίζεται **αληθής** μόνον όταν οι δύο συνεπαγωγές  $p \Rightarrow q$ ,  $q \Rightarrow p$  χαρακτηρίζονται **αληθείς**

Γενικότερα στο πλαίσιο της Μαθηματικής Λογικής η πρόταση  $p \Leftrightarrow q$  είναι **αληθής** μόνο αν οι προτάσεις  $p$  και  $q$  είναι ταυτοχρόνως **αληθείς** ή ταυτοχρόνως **ψευδείς**. Σε κάθε άλλη περίπτωση είναι **ψευδής**.

Μερικοί τρόποι εκφράσεως της ισοδυναμίας  $p \Leftrightarrow q$ , είναι οι παρακάτω:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
α	α	α
α	ψ	ψ
ψ	α	ψ
ψ	ψ	α

« $p$  ισοδυναμεί  $q$ »

« $p$  αν και μόνο αν  $q$ »

« $p$  πρέπει και αρκεί  $q$ »

« $p$  τότε και μόνο τότε  $q$ »

« $p$  είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη της  $q$ »

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$
α	α	α	α	α
α	ψ	ψ	α	ψ
ψ	α	α	ψ	ψ
ψ	ψ	α	α	α